

Modélisation bond graph pour la simulation de champs électromagnétiques en régimes transitoire et permanent

Majid KHALILI DERMANI et Baptiste TRAJIN

Laboratoire Génie de Production, LGP

Université de Toulouse, INP-ENIT

Email : majid.khalili_dermani@doctorant.uttop.fr, baptiste.trajin@enit.fr

Résumé—L'objectif de l'étude est d'améliorer l'efficacité énergétique des systèmes électriques en précisant le modèle de ses sous-systèmes et en fournissant la simulation du modèle de l'ensemble du système dans le même environnement de simulation, y compris les phénomènes électromagnétiques (EM) locaux en utilisant une représentation de niveau système comme le bond graph. L'accent de cette étude est mis sur l'intégration du modèle des phénomènes EM, régis par les équations de Maxwell, dans les modèles bond graph de niveau système. L'approche proposée utilise la méthode des différences finies (MDF) pour discrétiser les équations de Maxwell et les représenter dans le cadre du bond graph. La méthodologie inclut la modélisation du comportement EM d'un fil infiniment long, conduisant à une simulation spatio-temporelle des champs EM.

I. DESCRIPTION DU SYSTÈME ÉTUDIÉ

A. Fil infiniment long

L'étude se concentre sur un fil conducteur infiniment long situé dans un milieu non magnétique comme illustré dans la Fig. 1. Les courants circulent uniquement selon l'axe principal du conducteur.

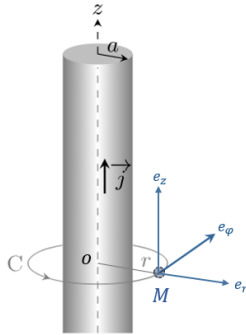


FIGURE 1. Géométrie du système et système de coordonnées cylindriques associé

Selon la géométrie du problème, le système de coordonnées cylindriques avec les vecteurs de base (e_r , e_φ , e_z) est utilisé. Par conséquent, en raison des propriétés de symétrie, cette étude vise à déterminer la distribution spatiale de H_φ et E_z en utilisant la représentation bond graph habituellement dévolue à la modélisation des systèmes de puissance.

B. Les équations de Maxwell en coordonnées cylindriques

L'étude, la conception et l'optimisation d'un système EM nécessitent souvent la mise en œuvre de modèles mathématiques incluant les équations de Maxwell capables de

représenter et de caractériser leur comportement [1]. Selon la géométrie du système, les équations de Maxwell dans le système de coordonnées cylindriques peuvent être simplifiées en deux équations aux dérivées partielles (EDP) :

$$-\frac{\partial E_z(r, t)}{\partial r} = -\mu \frac{\partial H_\varphi(r, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi(r, t)) \right] &= \sigma E_z(r, t) + J_{sz}(r, t) + \varepsilon \frac{\partial E_z(r, t)}{\partial t} \\ &= \frac{1}{r} H_\varphi(r, t) + \frac{\partial H_\varphi(r, t)}{\partial r} \end{aligned} \quad (2)$$

C. Solution analytique magnétostatique

Dans cette étude théorique, la dépendance temporelle des variables n'est pas considérée et les variables sont constantes dans le temps. Pour le calcul du champ magnétique, le théorème d'Ampère est appliquée sur un contour fermé. Dans le fil présenté, une densité de courant volumique uniforme \vec{j} est considérée :

$$\vec{j} = \begin{cases} J_\sigma e_z & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases} \quad (3)$$

Avec S étant l'aire de la section transversale circulaire du fil, $S = \pi a^2$, le champ magnétique $H_\varphi(r)$ s'exprime alors comme :

$$H_\varphi(r) = \frac{J_\sigma r}{2} \quad \text{pour } r \leq a \quad (4)$$

$$H_\varphi(r) = \frac{J_\sigma a^2}{2r} \quad \text{pour } r \geq a \quad (5)$$

D. Modélisation bond graph

Cette approche de modélisation permet de représenter la transmission de la puissance dans un système via des liens orientés. Chacun des liens symbolise le transfert des variables de flux généralisé (f) et des variables d'effort généralisé (e), dont la multiplication donne la puissance [2], [3]. Dans les systèmes EM, l'expression de la puissance est donnée par le vecteur de Poynting [1] :

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (6)$$

Dans cette étude, le champ \vec{E} est choisi pour comme effort et le champ \vec{H} comme flux.

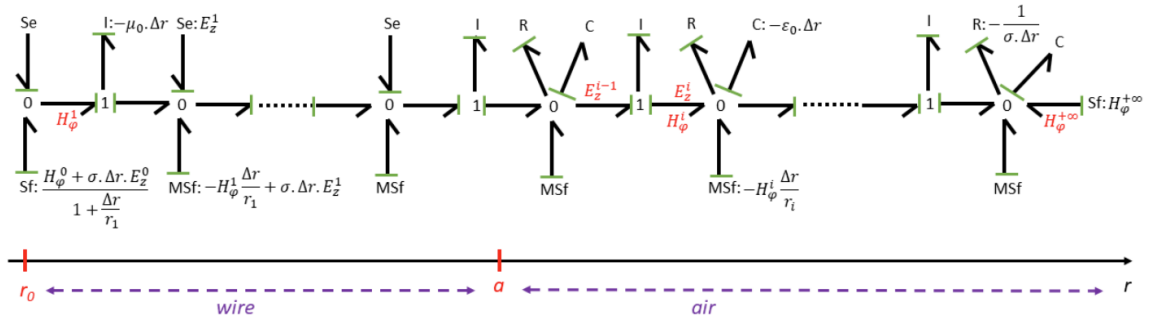


FIGURE 2. Représentation bond graph des équations de Maxwell discrètes en utilisant la méthode des différences finies (FDM) par grille non décalée.

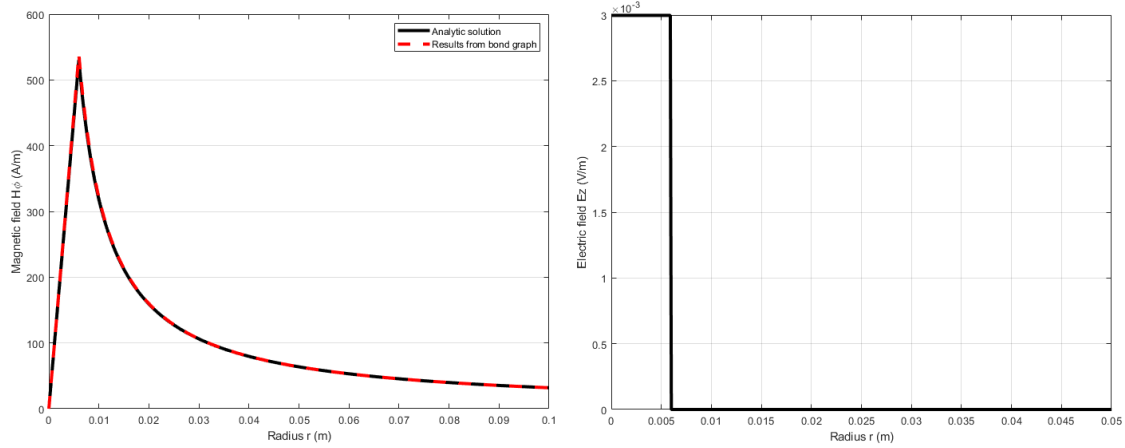


FIGURE 3. Simulation des champs EM en régime permanent.

II. MODÉLISATION BOND GRAPH DES ÉQUATIONS DE MAXWELL DISCRÉTISÉES

A. Modèle

À partir d'une unique grille de discrétisation, la méthode des différences finies est appliquée avec une discrétisation à gauche (respectivement à droite) des dérivées spatiales de (1) (respectivement de (2)) pour obtenir le bond graph de la Fig. 2.

B. Simulation numérique du champ EM

À partir du bond graph de la Fig. 2, les équations d'état en régimes transitoire et permanent du système sont obtenues :

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \quad (7)$$

Où $X(t)$ est le vecteur d'état incluant les variables d'énergie, c'est-à-dire les composantes des champs électrique et magnétique $E_z^i(t)$ et $H_\varphi^i(t)$, à l'exception des conditions aux limites. $U(t)$ est le vecteur d'entrée incluant les sources externes J_σ^i dans le fil et les conditions aux limites H_φ^0 et $H_\varphi^{+\infty}$. Naturellement, la représentation dans l'espace d'état permet de décrire les variables dans le temps en utilisant un algorithme d'intégration numérique. Dans cet article, la méthodologie proposée est validée au regard de la solution magnétostatique théorique connue. Ainsi, une solution statique est directement obtenue en calculant $A^{-1}BU$. En considérant un fil infiniment long de rayon $a = 6mm$ et

un pas d'échantillonnage spatial constant $\Delta r = 0.1mm$, les champs électrique $E_z(r)$ et magnétique $H_\varphi(r)$ sont calculés pour $0 \leq r \leq 10cm$ d'une part par analyse magnétostatique et d'autre part par la méthodologie décrite. La Fig. 3 permet de comparer les deux résultats tout en démontrant la bonne représentativité de la méthodologie proposée à partir de la représentation bond graph. Le champ électrique est également conforme aux résultats attendus.

III. CONCLUSIONS

L'article montre une approche de modélisation unifiée pour représenter le champ EM en utilisant le bond graph. Cependant, il est nécessaire de développer le modèle présenté pour des systèmes plus complexes, tels que des boucles de fil ou des sections de bobine, et de l'étendre notamment aux transformateurs. Enfin, l'intégration du bond graph de l'ensemble du système et du bond graph proposé du modèle EM sera réalisée pour obtenir une modélisation de niveau système.

RÉFÉRENCES

- [1] J. P. A. BASTOS et N. SADOWSKI, *Magnetic materials and 3D finite element modeling*. CRC press, 2013.
- [2] W. BORUTZKY, *Bond graph methodology : development and analysis of multi-disciplinary dynamic system models*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [3] W. BORUTZKY, *Bond graph modelling of engineering systems*. Springer, 2011, t. 103.