

Identification d'un modèle magnétique harmonique sur une surface quelconque à partir de mesures en champ proche

Derenty-Camenen Gauthier^{*†}, Chadebec Olivier^{*}, Pinaud Olivier^{*}, Rouve Laure-Line^{*} et Zozor Steeve[†]

^{*}Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, G2Elab, F-38000 Grenoble, France

[†]Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, GIPSA-Lab, 38000 Grenoble, France
prénom.nom@grenoble-inp.fr

Résumé—La décomposition multipolaire du champ s'appuyant sur les fonctions harmoniques sphériques décroissantes offre un modèle harmonique (noté ici MH) largement utilisé pour identifier et extrapoler le champ magnétique produit par un système. L'intérêt du MH est d'ordonner les sources équivalentes selon la vitesse de décroissance spatiale du champ qu'elles produisent. Cependant cette représentation n'est pas valide à l'intérieur de la sphère de Brillouin, la plus petite sphère contenant les sources. Nous introduisons ici une représentation alternative pour remplacer le MH quand le champ doit être identifié à l'intérieur de la sphère de Brillouin. Cette représentation utilise une base de distribution de charges équivalentes sur une surface dont on propose une décomposition multipolaire dont chaque ordre décroît au moins comme le même ordre du MH, tout en étant valide dans la sphère de Brillouin. Nous démontrons ici la capacité de ce modèle pour identifier et extrapoler le champ à partir de mesures très proches.

I. INTRODUCTION

Dans de nombreuses applications (par exemple la compatibilité électromagnétique [1], l'exposition humaine aux champs électromagnétiques [2], l'immunisation de navire [3]) le champ magnétique produit par un dispositif doit être déterminé dans son environnement. La mesure dans la zone d'intérêt ou la modélisation numérique directe n'étant pas toujours possibles, l'identification d'un modèle compact à partir de mesures magnétiques proche par résolution du problème inverse est une alternative couramment utilisée.

De manière classique, un Modèle Harmonique (MH), pour lequel le champ magnétique externe est représenté par une décomposition multipolaire utilisant les fonctions harmoniques sphériques décroissantes, est mis en oeuvre. Chaque multipole (par exemple le dipole, le quadrupole) est associé à une harmonique spatiale qui présente une loi de décroissance spatiale du champ spécifique (par exemple $1/r^3$, $1/r^4$, avec r la distance au multipole). Cependant, cette représentation n'est valide qu'à l'extérieur de la sphère de Brillouin, la plus petite sphère englobant les sources [4], et ne peut donc pas être utilisée dans la zone proche du dispositif.

Dans ce travail, nous proposons une nouvelle représentation multipolaire qui reste valide dans cette zone proche des sources, tout en conservant les propriétés de décroissance du champ à l'extérieur de la sphère de Brillouin. Nous montrons comment ce modèle se prête bien à l'identification de sources avec des capteurs proches de celles-ci, augmentant ainsi le ratio signal sur bruit, en s'appuyant notamment sur l'inférence bayésienne.

II. MODÈLE MULTIPOLAIRE DE SOURCES ÉQUIVALENTES

Toute source de champ magnétique peut être représentée par une distribution de charges équivalentes (ou potentiel simple-couche) σ répartie sur une surface S fermée contenant cette source. Cette distribution équivalente produit le même champ que la source en dehors de la surface S et cette surface peut être choisie aussi proche de la source que voulu. Le champ magnétique \mathbf{H} peut alors être calculé en tout point P en dehors de la surface S [5] :

$$\mathbf{H}(P) = -\nabla \int_{M \in S} \frac{\sigma(M)}{4\pi\|\mathbf{PM}\|} dS \quad (1)$$

Cette distribution de charges équivalentes peut être décomposée dans une base multipolaire $\{\sigma_{km}\}$ [6] :

$$\sigma = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=-k}^k c_{km} \sigma_{km} \quad (2)$$

avec c_{km} les coefficients harmoniques qui ne dépendent que de la source et σ_{km} les vecteurs de la base $\{\sigma_{km}\}$ qui ne dépendent que du choix de la surface S et doivent être précalculés comme définit dans [6] (voir Fig. 1). En pratique, la somme infinie est tronqué à un certain ordre K .

Cette représentation est valide dans la sphère de Brillouin tout en produisant un champ multipolaire dans un sens dégradé i.e. un vecteur σ_{km} produit un champ qui décroît au moins aussi rapidement qu'un multipole d'ordre k en dehors de la sphère de Brillouin. Nous cherchons à présent à déterminer les coefficients c_{km} à partir d'une série de mesures de champ magnétique situées dans la sphère de Brillouin.

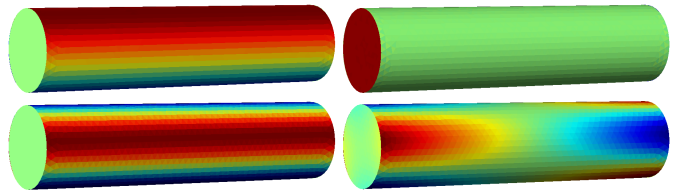


FIGURE 1. Représentation des vecteurs de la base $\{\sigma_{km}\}$ sur un cylindre. Avec de gauche à droite et de haut en bas : $k = 1$ and $m = 0$, $k = 1$ and $m = 1$, $k = 2$ and $m = -1$, $k = 3$ and $m = -2$.

III. IDENTIFICATION EN CONTEXTE BAYÉSIEEN

Si le nombre ou la localisation des capteurs sont contraints, le contexte Bayésien permet d'ajouter de l'information a priori pour aider l'identification. En supposant toutes les

distributions des paramètres Gaussiennes, le maximum de la distribution a posteriori c_{MAP} est [7] :

$$c_{\text{MAP}} = (A^t S_m^{-1} A + S_0^{-1})^{-1} (A^t S_m^{-1} b + S_0^{-1} c_0) \quad (3)$$

avec A la matrice d'influence directe (intégration numérique de (1) pour chaque vecteur de la base harmonique), b les mesures du champ, c_0 et S_0 la moyenne et la matrice de covariance de la distribution a priori et S_m la matrice de covariance de la distribution de vraisemblance (associée au bruit de mesure et de modèle dans notre application).

IV. APPLICATION

Nous considérons un cylindre creux et ouvert en acier. Il est instrumenté avec deux lignes de capteurs (lignes 1 et 2) pour l'identification. Le cylindre est déplacé suivant son axe et un capteur situé en-dessous mesure le champ à intervalles réguliers ce qui donne une ligne de mesures du champ sous le cylindre (ligne 3). Les mesures sur cette ligne sont comparées au champ extrapolé obtenu par l'identification (voir Fig. 2). Le cylindre a un diamètre de 12 cm et une longueur de 50 cm. Les lignes 1 et 2 sont à 8 mm de la surface du cylindre, il y a au total 14 capteurs qui mesurent les composantes longitudinales et orthoradiales du champ. La ligne 3 est 8 cm sous le cylindre (en partant de la surface) et 99 mesures triaxes ont été prises sur un parcours de 3.4 m.

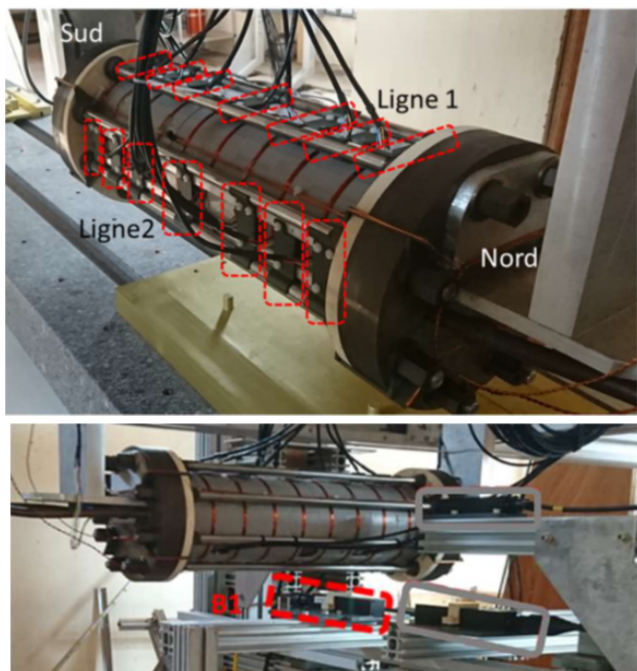


FIGURE 2. Dessus : cylindre creux et lignes pour l'identification (lignes 1 et 2), dessous : la ligne 3 est obtenu en déplaçant le cylindre au-dessus du capteur B1 selon l'axe longitudinal.

La base est construite sur un cylindre fermé de mêmes dimensions, maillé avec 2104 triangles. Comme les capteurs sont très proches de la source, nous identifions les coefficients harmoniques c_{km} jusqu'à l'ordre 15 (i.e. $K(K+2) = 255$ coefficients sont à identifier). Nous ne détaillons pas ici le

choix d'un a priori sur la physique du cylindre, ce choix étant spécifique pour chaque application. Nous avons cependant besoin d'un a priori sur les coefficients harmoniques cherchés (c_0 and S_0), cet a priori est obtenu à partir de plusieurs évaluations d'un modèle direct qui donne les coefficients harmoniques c_{km} du dispositif étudié en fonction des paramètres incertains. Nous limitons le nombre d'évaluations du modèle direct par l'utilisation de la transformation sans odeur [8] qui permet de déterminer la moyenne et la matrice de covariance de l'a priori recherché à partir de l'a priori sur la physique du cylindre et la relation entre le modèle physique choisi et les coefficients harmoniques inconnus. Le champ produit par le cylindre est extrapolé sur la ligne 3 à partir des coefficients obtenus par (3). Nous obtenons une extrapolation précise avec moins de 6% de différence sur l'ensemble des composantes du champ magnétique (voir Fig. 3 pour la composante longitudinale), cela démontre les bonnes performances de cette nouvelle représentation lorsque les mesures sont très proches de la source.

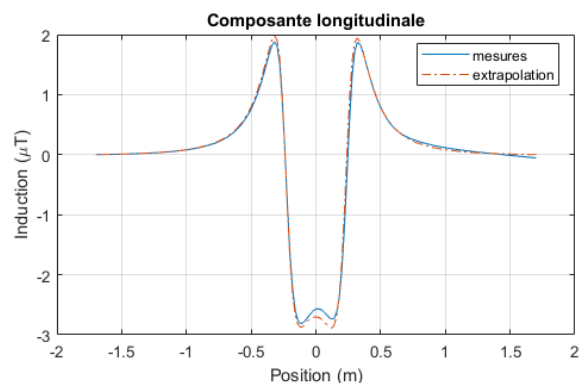


FIGURE 3. Composante longitudinale du champ produit par le cylindre sur la ligne 3, comparaison entre la mesure et l'extrapolation obtenue suite à l'identification de notre modèle.

RÉFÉRENCES

- [1] T. Q. Van Hoang, A. Bréard and C. Vollaire, "Near Magnetic Field Coupling Prediction Using Equivalent Spherical Harmonic Sources," in *IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility*, 2014, 56.6 : 1457-1465
- [2] F. Tavernier, R. Scorretti, N. Burais, H. Razik and J. Y. Gaspard. "Real-time numerical dosimetry of low-frequency electromagnetic fields by using multipoles". *IEEE Trans. on Magnetics*, 2021, 57.6 : 1-4.
- [3] G. Chavin-Collin, B. Bannwarth, D. Cavallera, O. Chadebec, N. Galopin, G. Meunier, O. Pinaud, L-L. Rouve. "A flux-based inverse integral formulation for steel shell magnetization identification". *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Volume 538, 2021.
- [4] Costin, O., Costin, R.D., Ogle, C. et al. "On the Domain of Convergence of Spherical Harmonic Expansions," *Commun. Math. Phys.* 389, pp. 875–897, 2022
- [5] J. A. Stratton, *Electromagnetic theory*, mcgraw-hill book company. Inc., New York, and London, 1941.
- [6] M. Legris, *Identification de l'état magnétique d'un système ferromagnétique à partir de mesures du champ proche*, Ph.D. dissertation, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1996.
- [7] A. Tarantola, *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*. SIAM, 2005.
- [8] S. Julier, J. Uhlmann, "New extension of the Kalman filter to nonlinear systems," Proc. SPIE 3068, Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition VI, (AeroSense'97), 1997.