

Modèles réduits pour l'analyse multiparamétrique des forces électromagnétiques dans les moteurs électriques

L. Abou Chakra^{1,2}, T. Henneron², S. Clénet², B. Lallemand¹, F. Massa¹

¹ Université Polytechnique Hauts-de-France, LAMIH UMR CNRS 8201, Valenciennes, France

² Univ. Lille, Arts et Metiers Institute of Technology, Centrale Lille, Junia, ULR 2697 - L2EP, F-59000 Lille, France

Email : Liwaa.AbouChakra@uphf.fr

Résumé—Pour déterminer la répartition du champ magnétique au sein d'une machine électrique, la méthode des éléments finis est fréquemment utilisée. Dans le cas d'une étude paramétrique, une approche consiste à utiliser un modèle d'ordre réduit pour construire une base permettant de réduire le nombre d'inconnues à partir des résultats de simulations éléments finis (snapshots). Dans ce travail, nous proposons de construire un modèle réduit par POD en mettant en oeuvre une stratégie limitant le nombre de snapshots et de l'appliquer à l'étude de défauts d'excentricité sur la répartition des forces électromagnétiques.

I. INTRODUCTION

L'étude des vibrations et du bruit dans les machines électriques, causés par les forces électromagnétiques, nécessite une compréhension approfondie du champ d'induction magnétique dans l'entrefer. L'approche par éléments finis demeure la plus adaptable et couramment utilisée malgré les temps de calcul conséquents lors d'analyses paramétriques. Dans ce travail, la méthode Proper Orthogonal Decomposition (POD) combinée à un algorithme glouton pour sélectionner les snapshots [1] est employée pour calculer de manière précise et rapide le champ d'induction magnétique. La possibilité d'étudier une machine avec des défauts d'excentricité à partir d'un modèle réduit d'une machine saine est évaluée.

II. MODÈLE NUMÉRIQUE

A. Modèle élément fini

Dans cette étude, nous considérons la Machine Synchrone à Aimants Permanents (MSAP) composée de 12 encoches et 4 pôles à vide. Le modèle électromagnétique 2D extrudé (Figure 1) comprend 94929 nœuds et 112278 éléments. Pour ce type de machine, on peut dans une première approche la représenter par un modèle basé sur les équations de la magnétostatique. La discrétisation de ce problème par la Méthode des Éléments Finis (MEF) en utilisant la formulation en potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} conduit à l'approximation du champ d'induction magnétique \mathbf{B} en résolvant un système d'équations linéaires (1) :

$$\mathbf{M}(\theta)\mathbf{X}(\theta) = \mathbf{g}, \quad \theta = 1, \dots, N_\theta \quad (1)$$

où $\mathbf{X}(\theta)$ est le vecteur des inconnues qui correspond à la composante z du potentiel vecteur magnétique de taille n , $\mathbf{M}(\theta)$ est la matrice de raideur de taille $n \times n$, \mathbf{g} est le vecteur source associé aux aimants de taille n , θ correspond à la position du rotor et N_θ est le nombre total de positions calculées. Il convient de noter que le système (1) est résolu

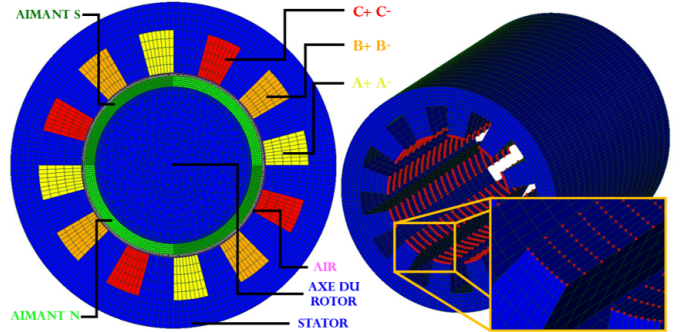


FIGURE 1. Modèle électromagnétique de la MSAP et lieu d'application des forces électromagnétiques

pour chaque angle θ de rotation du rotor, dans le but de déterminer le champ \mathbf{B} au sein de la machine. Ainsi, les forces électromagnétiques sont calculées au niveau des nœuds situés entre l'air et les bords des dents du stator (Figure 1) en utilisant la méthode des travaux virtuels [2].

B. Réduction de modèle

La POD est une méthode de réduction de modèle qui permet de construire un modèle avec un nombre réduit d'inconnues en se basant sur des solutions du modèle EF original à l'aide de la méthode des snapshots [1]. Elle permet d'approximer la solution $\mathbf{X}(\theta)$ du système (1) par un vecteur de solution réduit $\mathbf{X}_r(\theta)$ de taille $m \ll n$, en utilisant un opérateur de projection discrète Ψ :

$$\mathbf{X}(\theta) = \Psi \mathbf{X}_r(\theta), \quad \theta = 1, \dots, N_\theta \quad (2)$$

où Ψ est une matrice orthogonale de rang $n \times m$ et correspond à la base réduite construite en appliquant une décomposition en valeurs singulières (3) sur la matrice de snapshots $\mathbf{M}_s = [\mathbf{X}(\theta_1) \ \dots \ \mathbf{X}(\theta_m)]$

$$\mathbf{M}_s = \Psi \Sigma \mathbf{V}^T \quad (3)$$

où Σ est une matrice diagonale contenant les valeurs singulières et \mathbf{V} une matrice orthogonale de taille $m \times m$. Enfin, le système réduit (4) s'obtient en appliquant une projection de Ritz-Galerkin sur le système (1) et en substituant (2) dans (1)

$$\mathbf{M}_r(\theta)\mathbf{X}_r(\theta) = \mathbf{g}_r, \quad \theta = 1, \dots, N_\theta \quad (4)$$

où $\mathbf{M}_r(\theta) = \Psi^T \mathbf{M}(\theta) \Psi$ est la matrice de raideur réduite de taille $m \times m$ et $\mathbf{g}_r = \Psi^T \mathbf{g}$ est le vecteur source réduit de

taille m . Pour identifier les snapshots, un algorithme glouton [3] est employé afin de sélectionner les positions du rotor qui apportent les solutions les plus significatives pour la construction de la base réduite Ψ .

III. RÉSULTATS

A. Moteur sain

Le problème EF (1) est résolu tout d'abord de manière "brute" pour $N_\theta = 400$ positions et les résultats sont utilisés comme référence. En fixant une norme maximale du résidu inférieure à 1×10^{-2} , l'algorithme glouton permettant d'optimiser la sélection des snapshots, a convergé en calculant seulement 120 positions, soit 120 itérations, ce qui a conduit à la construction d'une base Ψ comprenant 120 modes. Suite à une analyse des valeurs singulières, seuls 90 modes ont été sélectionnés.

Afin d'évaluer la précision de cette réduction, les erreurs relatives des forces nodales entre le modèle EF et le modèle réduit sont calculées. L'erreur relative maximale locale, associée à un nœud et pour tous les angles de rotation, est calculée à $1.4 \times 10^{-2}\%$, tandis que l'erreur relative moyenne, couvrant l'ensemble des nœuds et des angles de rotation, atteint $6.5 \times 10^{-4}\%$. Ces erreurs se concentrent principalement autour des valeurs faibles des forces nodales.

Le temps de calcul de la solution et des forces pour une position en utilisant le modèle EF (1) est de 8.5s, tandis que celui du modèle réduit (4) est de 2.2s. Cela représente un "speedup" (accélération) de calcul légèrement inférieur à 4.

B. Moteur avec excentricité statique

Dans cette partie, on introduit un nouveau paramètre, noté Δx , qui représente le décalage de l'axe du stator dans le système réduit (4) et qui permet de prendre en compte l'effet d'excentricité issu d'imperfections dans les procédés d'assemblage. Cette introduction vise à résoudre le système (5)

$$\Psi^T M(\theta, \Delta x) \Psi X_r(\theta) = \Psi^T g \quad (5)$$

offrant ainsi la possibilité d'analyser l'impact de ces variations sur la solution du système. Il convient de noter que cette approche conserve la même base Ψ , construite avec la machine saine. L'excentricité est alors prise en compte via la modification des termes de la matrice M . La figure 2 présente l'évolution des erreurs relatives entre les solutions du modèle EF (1) et du modèle réduit (5) en prenant en compte le niveau d'excentricité. Il est possible d'en déduire que les erreurs relatives maximales et moyennes augmentent de manière proportionnelle avec l'accroissement du niveau d'excentricité.

Pour évaluer l'impact de cette erreur sur les forces nodales, la figure 3 présente la distribution des erreurs relatives entre les amplitudes des forces nodales du modèle EF et du modèle réduit pour un niveau d'excentricité de 10%. L'erreur relative moyenne, définie précédemment, s'élève à 6.27%, tandis que l'erreur relative maximale locale, également définie précédemment, atteint 70.37%. Ces erreurs se concentrent principalement autour des mêmes positions du rotor où l'erreur était

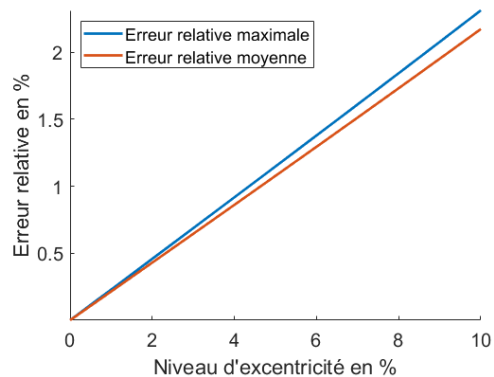


FIGURE 2. Evolution des erreurs relatives entre les solutions du modèle EF et du modèle réduit en fonction du niveau d'excentricité

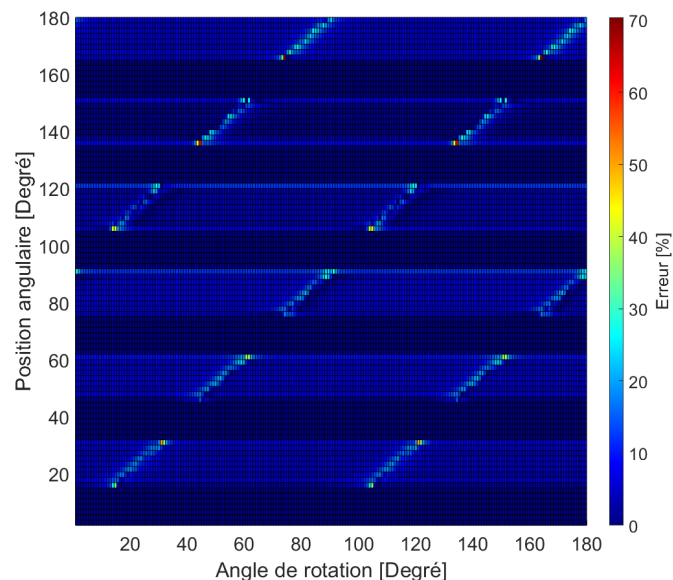


FIGURE 3. Distribution des erreurs relatives entre les amplitudes des forces nodales du modèle EF et du modèle réduit pour une excentricité de 10%

maximale avec le modèle EF réduit du moteur sain. Pour garantir la précision des résultats, il est impératif d'analyser si ces erreurs sur les forces de faibles amplitudes ont un impact sur le bruit électromagnétique de la machine.

IV. CONCLUSION

Dans ce travail, un modèle réduit par POD combiné à un algorithme glouton est construit. L'influence des défauts d'excentricité sur les forces électromagnétiques est abordée.

RÉFÉRENCES

- [1] L. Sirovich, *Turbulence and the dynamics of coherent structures. I-Coherent structures. II Symmetries and transformations. III-Dynamics and scaling*, Quarterly of applied mathematics, 45 :561–571, 1987.
- [2] J. L. Coulomb, *A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torques a stiffness*, IEEE Trans. Mag. vol. 19, no. 6, pp 2514-2519, 1983.
- [3] S. Clenet, T. Henneron, N. Ida, *Reduction of a Finite Element Parametric Model using Adaptive POD Methods – Application to uncertainty quantification*. IEEE Transactions on Magnetics, 52 (3), pp.1-4, 2015.