

Modélisation par méthode d'intégrales de volume de supraconducteurs à haute température critique à proximité de matériaux ferromagnétiques

H. Menana

Université de Lorraine, GREEN, F-54000, Nancy, France.
E-mail : hocine.menana@univ-lorraine.fr

Résumé — Ce travail décrit une stratégie de modélisation par méthode d'intégrales de volume de rubans supraconducteurs à haute température critique à proximité de matériaux ferromagnétiques. Les non linéarités électrique et magnétique liées aux matériaux supraconducteurs et ferromagnétiques sont prises en compte. Les parties ferromagnétiques sont modélisées par des densités de courant surfaciques dans le cas linéaire, complétées par des densités de courant d'interface entre éléments dans le cas non linéaire.

I. INTRODUCTION

Les supraconducteurs à haute température critique (HTC) ont un fort potentiel d'application dans les systèmes de puissance électriques. Ils présentent des coûts cryogéniques relativement faibles lorsqu'ils sont utilisés dans des conditions de fonctionnement adéquates. Les principales limitations sont liées aux pertes en courant alternatif, qui peuvent conduire à des coûts cryogéniques insoutenables, et à la forte dépendance locale de leurs performances électriques (densité de courant critique) au champ magnétique qui est pourtant l'un des principaux acteurs dans la conversion d'énergie.

Une modélisation à grandeurs locales est alors nécessaire pour le dimensionnement et la caractérisation de systèmes supraconducteurs. La complexité structurelle impliquant des hétérogénéités, anisotropies et dimensions multi-échelle, combinée avec une forte non linéarité des propriétés électromagnétique rend la modélisation des supraconducteurs, dans leurs systèmes, souvent très coûteuse en ressources et en temps, notamment lorsque la méthode des éléments finis est utilisée.

Se présentant souvent comme des systèmes multiconducteurs séparés par des parties importantes de vide (air), en raison notamment de la cryogénie, les méthodes d'intégrales de volume ont montré leur efficacité pour la modélisation des systèmes supraconducteurs à haute température critique [1-3]. Seules les parties actives sont discrétisées séparées les unes des autres, ce qui permet de mieux traiter les dimensions multi échelle.

Dans une approche bidimensionnelle, une stratégie de modélisation de bobines supraconductrices à proximité de matériaux ferromagnétiques est présentée. Le potentiel vectoriel magnétique est utilisé comme variable de couplage entre les parties supraconductrices et magnétiques.

II. DEVELOPPEMENTS

Le système modélisé est empilement de (n_t) rubans supraconducteurs HTC de seconde génération (2G) situés à la proximité d'une plaque ferromagnétique (Fig.1). Une telle configuration pourrait représenter une partie élémentaire

d'un inductif d'une machine supraconductrice. Les rubans d'une épaisseur de l'ordre de $0.1\mu\text{m}$ ont une structure multicouche présentée dans la figure 2, où la couche supraconductrice (ReBaCuO) ne représente qu'environ 1% de l'épaisseur du ruban, soit $1\mu\text{m}$. Chaque ruban transporte un courant I_a .

Pour réduire la taille des matrices, les rubans supraconducteurs sont traités comme un bloc monolithique d'une épaisseur (a) et d'une largeur (w). Une densité de courant appliquée uniforme y est définie : $J_a = n_t (aw)^{-1} I_a$. Le bloc est discrétisé en $N_c = n_t \times n_x$ surfaces élémentaires Δs_i , portant chacune une densité de courant J_i .

La partie ferromagnétique est considérée linéaire dans cet exemple. Seul son contour est discrétisé en segments portant chacun une densité de courant surfacique k .

Le potentiel vecteur et le champ magnétique en n'importe quel point résultent de la contribution des différentes sources, et s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} \vec{A}_{(\vec{r})} = \mu_0 \int_{\Omega} \vec{J}_{(\vec{r}') } G_{(\vec{r},\vec{r}')} d\Omega + \mu_0 \int_{\Gamma} \vec{k}_{(\vec{r}')} G_{(\vec{r},\vec{r}')} d\Gamma \\ \vec{B}_{(\vec{r})} = \mu_0 \int_{\Omega} \vec{J}_{(\vec{r}') } \times \vec{\nabla} G_{(\vec{r},\vec{r}')} d\Omega + \mu_0 \int_{\Gamma} \vec{k}_{(\vec{r}') } \times \vec{\nabla} G_{(\vec{r},\vec{r}')} d\Gamma \end{cases} \quad (1)$$

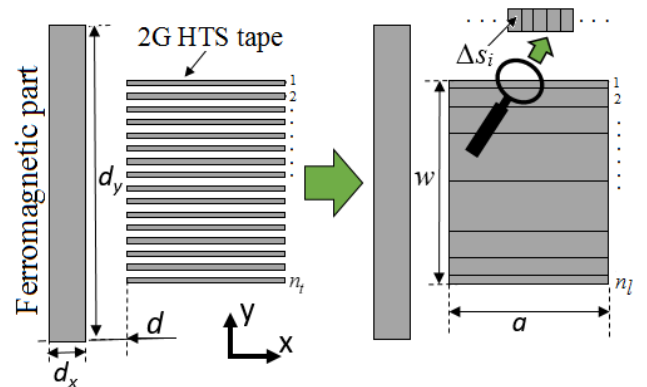


Fig. 1. Système modélisé.

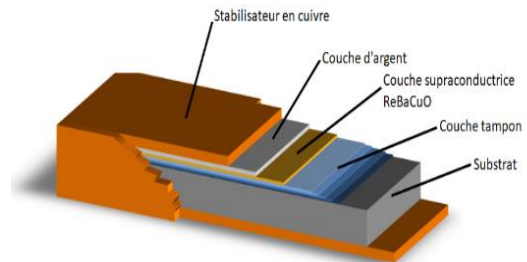


Fig. 2. Structure d'un ruban.

Les courants surfaciques dans la partie ferromagnétique caractérisée par une perméabilité relative μ_r sont évalués par l'équation intégrale suivante :

$$\begin{aligned} \vec{k}_{(\vec{r})} - \frac{2(\mu_r - 1)}{\mu_r + 1} \int_{\Gamma(\vec{r} \neq \vec{r}')} \vec{k}_{(\vec{r}') \times \vec{\nabla}} G_{(\vec{r}, \vec{r}')} d\Gamma \times \vec{n} \\ = \frac{2(\mu_r - 1)}{\mu_0(\mu_r + 1)} \vec{B}_{s(\vec{r})} \times \vec{n} \end{aligned} \quad (2)$$

Une loi en puissance est utilisée pour caractériser la relation $E(J)$ du supraconducteur, donnée par la relation suivante, où E_c est le champ électrique critique, J_c est la densité de courant critique et n le paramètre de fluage.

$$E = E_c J^n J_c^{-n} (B) \quad (3)$$

La dépendance de la densité de courant critique est anisotrope. Elle est modélisée par la relation (4), où J_{c0} représente la densité de courant critique à champ nul, f_{HTS} représente la fraction volumique de la partie supraconductrice, et B_0 et α sont des paramètres dépendant du matériau.

$$J_{c,i}(B) = J_{c0} f_{HTS} \left(1 + B_0^{-1} \sqrt{\alpha^2 |B_{y,i}|^2 + |B_{x,i}|^2} \right)^{-\beta} \quad (4)$$

En introduisant (1) et (3) dans la relation $\vec{E} = -\partial_t \vec{A} - \vec{\nabla} V$ et après discrétisation, on obtient la relation suivante :

$$\partial_t \left\{ \vec{G}_A \vec{J} + \vec{G}_{SM} \vec{k} \right\} + E_c \vec{J}^n \cdot \vec{J}_c^{-n} (\vec{B}) + \gamma \vec{S} \left\{ \vec{J} - \vec{J}_a \right\} = \vec{0} \quad (5)$$

Le dernier terme assure la conservation du courant dans les rubans $\iint_{S_i} \vec{J} dS = I_a$, rajouté comme un terme de pénalité.

La discrétisation de (2) aboutit à la relation suivante :

$$\vec{k} = \vec{Q}(\vec{B}) \vec{J} \quad (6)$$

Finalement, en introduisant (6) dans (5), on obtient l'équation à résoudre :

$$\begin{aligned} \partial_t \left\{ \left(\vec{G}_A + \vec{G}_{SM} \vec{Q}(\vec{B}) \right) \vec{J} \right\} \\ + E_c \vec{J}^n \cdot \vec{J}_c^{-n} (\vec{B}) + \gamma \vec{S} \left\{ \vec{J} - \vec{J}_a \right\} = \vec{0} \end{aligned} \quad (7)$$

III. RESULTATS

Les valeurs des différents paramètres sont données dans le tableau 1. Une comparaison avec la méthode des éléments finis (MEF) a montré une bonne concordance des résultats concernant les grandeurs locales (répartition de la densité de courant) et globales (pertes) comme l'attestent les figures 3 et 4. La méthode intégrale (MI) a montré de meilleures

performances en termes de rapidité de calcul et de robustesse par rapport à la discrétisation spatiale [3].

TABLEAU I. SPECIFICATIONS DES PARAMETRES [3]

Paramètre	Valeur
W, a, d	9.37 mm, 4 mm, 1 mm
n_i, N_i	32, 18
E_c, n, J_{c0}, γ	1 μ V/cm, 38, 28 GA/m ² , 100
K, B_0, β	0.7, 42.65 mT, 0.29515

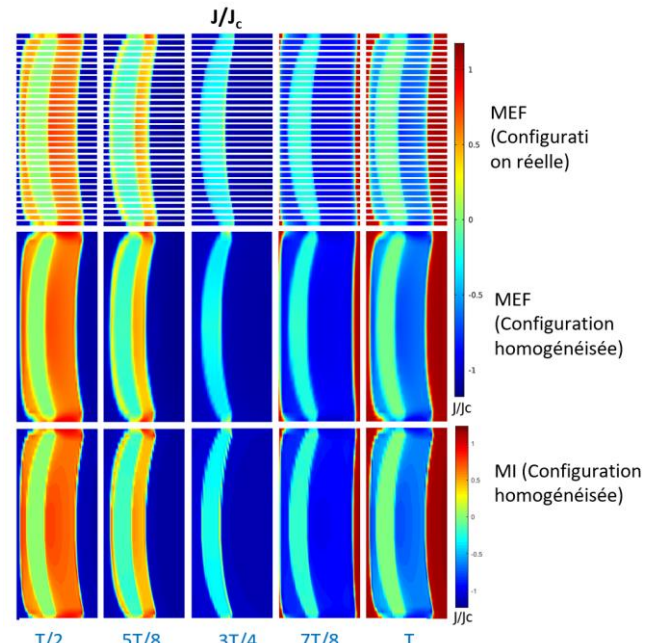


Fig. 3. Répartition de la densité de courant dans les rubans supraconducteurs à différents instants pour trois configurations de calcul.

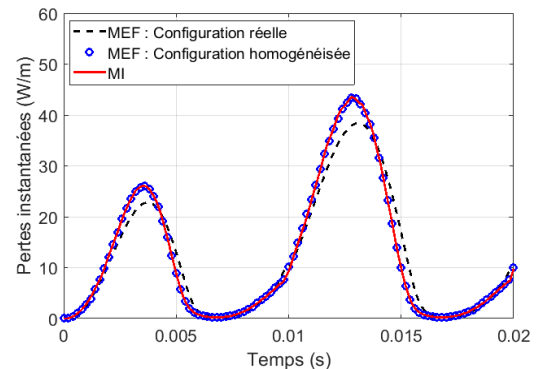


Fig. 4. Pertes instantanées dans les rubans supraconducteurs.

REFERENCES

- [1] S. Otten and F. Grilli, "Simple and fast method for computing induced currents in superconductors using freely available solvers for ordinary differential", IEEE Trans. Appl. Supercond., vol. 29, no. 8, Dec. 2019.
- [2] Yazid Statra, Hocine Menana, Bruno Douine, "Integral Modeling of AC Losses in HTS Tapes with Magnetic Substrates", IEEE Transactions on Applied Superconductivity, Vol. 32, no. 2, 5900407, March 2022.
- [3] Yazid STATRA, Hocine MENANA and Bruno DOUINE, "Semi-Analytical Modeling of AC Losses in HTS Stacks Near Ferromagnetic Parts", IEEE Transactions on Applied Superconductivity, Vol. 31, no. 1, 5900306, January 2021.