

Optimisation topologique basée sur le gradient pour la conception de circuits magnétiques 3D avec des considérations mécaniques

Zakaria Houta, Nicolas Lebbe, Thomas Huguet et Frédéric Messine
LAPLACE, Université de Toulouse, CNRS, INPT, UPS, Toulouse, France

Email : houta@laplace.univ-tlse.fr

Résumé—Dans cet article, un algorithme d’optimisation topologique basée sur la densité est utilisée pour concevoir un circuit magnétique prenant en compte des contraintes mécaniques. Pour cela, on va chercher à minimiser la compliance mécanique d’un circuit soumis à une force surfacique sous la contrainte d’un bon contrôle du champ magnétique dans une région cible. Cette optimisation est réalisée à l’aide la méthode SIMP et de simulations éléments finis.

I. INTRODUCTION

Dans la plupart des travaux d’optimisation topologique, une seule physique est prise en compte dans le problème d’optimisation : mécanique ou magnéto-statique. Par conséquent, les designs obtenus dans les problèmes magnéto-statiques ne sont pas toujours rigides mécaniquement. Ils sont parfois impossibles à fabriquer et parfois incapables de résister aux contraintes mécaniques [5]. Notons qu’une première étude récente a été réalisée dans [4] pour développer un code d’optimisation topologique multiphysique afin de concevoir des machines électriques en utilisant une simplification en 2D. Par conséquent, l’objectif de ce travail est d’aborder le problème d’optimisation des circuits magnéto-statiques 3D en tenant compte de leur rigidité mécanique.

II. FORMULATION DU PROBLEME D’OPTIMISATION

A. Problème magnéto-statique

Le circuit magnétique consiste en une bobine de cuivre entourant une structure de fer en forme de U entourée d’air. Ce dernier est issu d’une première étude visant à l’optimisation des propulseurs à effet Hall [1]. D’un point de vue numérique, l’air est représenté par un cube de taille finie dont les parois sont suffisamment éloignées de la structure pour ne pas influencer le résultat de la simulation. Le domaine de simulation complet est noté par $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, la bobine par $\Omega_C \subset \Omega$ et les parties en fer par $\Omega_I \subset \Omega$. Les régions d’air sont alors données par $\Omega_A = \Omega \setminus (\Omega_C \cup \Omega_I)$. Pour finir, on appelle Ω_T une certaine région cible et Ω_V la région variable dans laquelle nous optimiserons la structure ; voir Figure 1(gauche).

Le but ici est d’obtenir un certain champ magnétique donné \mathbf{B}_0 dans Ω_T représentée en noir dans la figure. Ceci revient à minimiser la fonction F_1 :

$$F_1(\varrho) = \int_{\Omega_T} \|\mathbf{B}(\varrho) - \mathbf{B}_0\|^2 dx \quad (1)$$

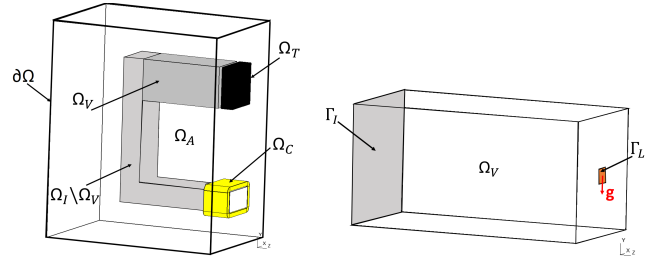


FIGURE 1. (gauche) Le circuit magnétique étudié dans cet article (l’autre moitié est obtenue par symétrie), et les différents domaines qui le composent. (droite) Zoom sur la région Ω_V dans laquelle nous recherchons la forme optimale de la structure en fer et les différentes notations utilisées pour simuler sa déformation mécanique.

avec $\varrho : \Omega_V \rightarrow \{0, 1\}$ une “distribution de matière” égale à 1 ou 0 en chaque position $\mathbf{x} \in \Omega_V$ tel que la perméabilité relative vérifie :

$$\mu_r(\mathbf{x}) = \mu_{\text{air}} + (\mu_{\text{iron}} - \mu_{\text{air}})\varrho(\mathbf{x}). \quad (2)$$

Noter que si $\varrho = 0$ alors $\mu_r(\mathbf{x}) = \mu_{\text{air}}$ pour les zones d’air, et si $\varrho = 1$ alors $\mu_r(\mathbf{x}) = \mu_{\text{iron}}$ pour les zones en fer.

B. Problème mécanique

Le domaine mécanique est constitué seulement de la région Ω_V . On note Γ_L l’extrémité du bras de la structure sur laquelle la charge \mathbf{g} est appliquée, et Γ_I la partie sur laquelle la forme optimisée est fixée, voir Figure 1(droite).

Notre critère pour assurer la robustesse de la structure est de maximiser sa rigidité, ce qui équivaut à minimiser sa compliance F_2 :

$$F_2(\varrho) = \int_{\Gamma_L} \mathbf{g} \cdot \mathbf{u}(\varrho) ds \quad (3)$$

avec ϱ défini de la même façon que pour le problème magnéto-statique. Le module de Young est alors donnée par :

$$E(\mathbf{x}) = E_{\text{air}} + (E_{\text{iron}} - E_{\text{air}})\varrho(\mathbf{x}). \quad (4)$$

C. Lien entre les deux physiques et problème d’optimisation

Comme nous l’avons vu dans les sous-sections précédentes, la distribution des matériaux $\varrho(\mathbf{x})$ est responsable des propriétés magnétiques $\mu_r(\mathbf{x})$ (avec l’eq. 2) et mécaniques $E(\mathbf{x})$ (avec l’eq. 4) en définissant des régions de fer où $\varrho(\mathbf{x}) = 1$ et d’air où $\varrho(\mathbf{x}) = 0$. Nous pouvons alors définir un problème d’optimisation couplé dans lequel une distribution optimale

$\varrho(\mathbf{x})$ est recherchée de telle sorte qu'elle minimise simultanément l'erreur entre \mathbf{B} et \mathbf{B}_0 (eq. 1) tout en minimisant la compliance (eq. 3).

Afin de résoudre ce problème, on souhaite utiliser un algorithme de descente de gradient. Ainsi, la variable discrète ϱ doit être relaxée sur tout l'intervalle $[0, 1]$ puis pénalisée via la méthode SIMP [3]. La nouvelle variable relaxée est notée $\rho : \Omega_V \rightarrow [0, 1]$, et les sensibilités de F_1 et F_2 sont calculées en utilisant la méthode adjointe [2], [1]. Cela conduit aux deux problèmes d'optimisation suivants :

$$\min_{\rho} F_1(\rho) \quad (\mathcal{P}_1)$$

$$\min_{\rho} F_2(\rho) \quad u.c. \quad F_1(\rho) \leq \epsilon \quad (\mathcal{P}_2)$$

avec $\epsilon > 0$ une petite valeur.

III. APPLICATION AU DESIGN D'UN CIRCUIT MAGNÉTIQUE

D'un point de vue numérique, la distribution $\rho : \Omega_V \rightarrow [0, 1]$ doit être discrétisée. Comme les EDP magnéto-statiques et mécaniques sont résolues à l'aide de la méthode des éléments finis (FEM), le domaine variable Ω_V est déjà discrétisé en N tétraèdres. Ainsi, nous discrétisons naturellement ρ en un vecteur $\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \dots, \rho_N)^T$ de N valeurs.

Pour un champs magnétique \mathbf{B}_0 choisi, deux optimisations ont été effectuées pour les problèmes (\mathcal{P}_1) et (\mathcal{P}_2) . L'évolution des fonctions objectives des deux problèmes sont représentées dans les Figures 2 et 3.

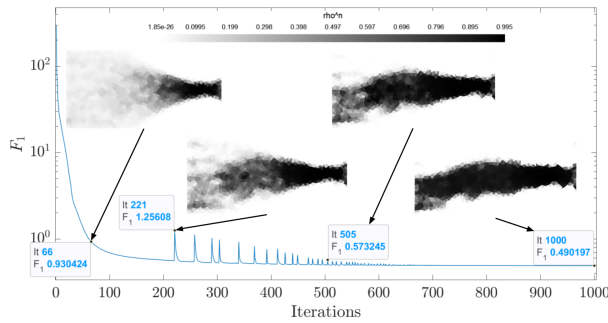


FIGURE 2. Évolution de la fonction objective F_1 au cours du processus d'optimisation pour le problème magnéto-statique.

Bien que la solution du problème (\mathcal{P}_1) mène à une erreur relative maximale entre \mathbf{B} et \mathbf{B}_0 ne dépassant pas 1.5%, celle-ci contient encore beaucoup de densités intermédiaires ρ_i (correspondant aux zones grises dans la Figure 2) près de la partie fixe en fer Ω_I . Elle n'est donc pas mécaniquement rigide. En effet, nous pouvons remarquer que la partie gauche de la structure finale de la Figure 2 ne s'ajuste pas parfaitement au reste du circuit magnétique.

En comparant l'évolution de la structure entre les deux problèmes d'optimisation, nous pouvons voir que les deux optimisations commencent par concevoir le côté droit de la structure. Cependant, après une centaine d'itérations, les deux structures optimisées commencent à diverger significativement l'une de l'autre, l'optimisation couplée se traduisant par

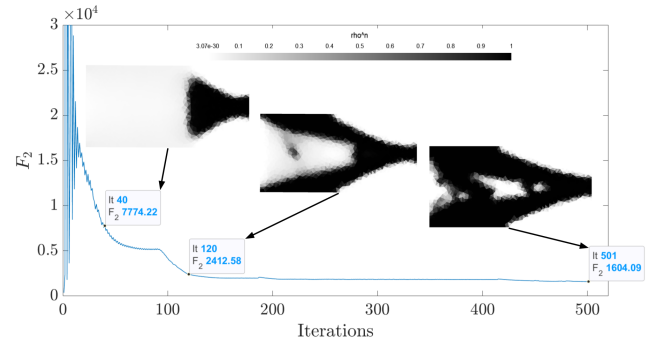


FIGURE 3. Évolution de la fonction objective F_2 au cours du processus d'optimisation pour le problème couplé.

l'apparition de deux barres reliant la zone optimisée de droite à la partie en fer fixée mécaniquement à gauche.

Concernant la solution du problème (\mathcal{P}_2) , l'erreur relative entre \mathbf{B} et \mathbf{B}_0 à l'intérieur de Ω_T a naturellement augmenté (l'erreur maximale est maintenant de 5%), mais la rigidité mécanique de la structure a été grandement améliorée. Les lignes de champ magnétique correspondant à la solution sont représentées sur la Figure 4.

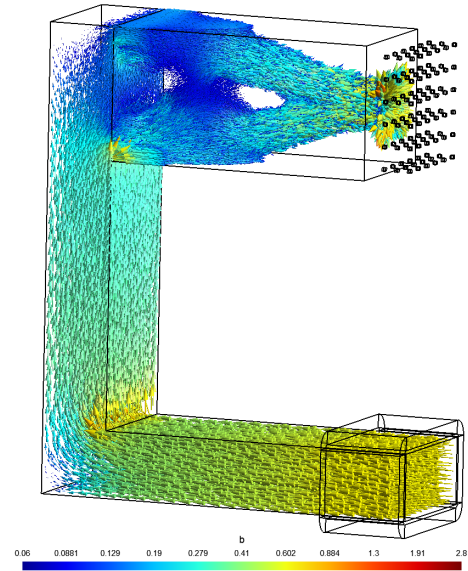


FIGURE 4. Champ magnétique à l'intérieur du domaine de simulation pour la distribution de matière optimale, solution du problème (\mathcal{P}_2) .

RÉFÉRENCES

- [1] Z. Houta; F. Messine; T. Huguet. Topology Optimization for Magnetic Circuits with Adjoint Method in 3D. Accepted for publication in COMPEL, <https://hal.science/hal-04095069v2>.
- [2] A. Grégoire. Conception optimale de structures; Springer: Berlin, 2007.
- [3] MP. Bendsøe and O. Sigmund. Material interpolation schemes in topology optimization. Archive of applied mechanics 1999, 69, 635–654.
- [4] T. Cherière. Élaboration de méthodes et d'outils logiciels pour l'optimisation topologique magnéto-mécanique de machines électriques tournantes. PhD thesis, Université Paris-Saclay, 2023.
- [5] P. Gangl; S. Amstutz; U. Langer. Topology optimization of electric motor using topological derivative for nonlinear magnetostatics. IEEE Transactions on Magnetics 2015, 52, 1–4.